

OBRL



2023

ACERTOS (ESCORE)

2ª FASE IX OBRL NÍVEL DELTA
1º, 2º E 3º ANO MÉDIO – 2023

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES SEGUINTES

- 1) Este CADERNO DE QUESTÕES contém 10 questões, numeradas de 1 a 10 dispostas nas próximas páginas, contendo 3 questões valendo 10,0 pontos, 3 questões valendo 15,0 pontos, 4 questões valendo 20,0 pontos, perfazendo 155,0 pontos esta prova.
- 2) Preencha seus dados (NOME E ESCOLA) nos espaços próprios da folha de rosto do CADERNO DE QUESTÕES com caneta esferográfica de tinta azul ou preta.
- 3) Para cada uma das questões, são apresentadas 6 alternativas, identificadas com as letras A, B, C, D, E e F. Apenas uma responde corretamente à questão. Você deve, portanto, assinalar apenas uma opção em cada questão. A marcação de mais de uma opção no CARTÃO RESPOSTA anula a questão mesmo que uma das respostas esteja correta.
- 4) Esteja atento a não deixar questão sem marcar, na dúvida, não chute, assinale a alternativa F para não perder pontos.
- 5) Caso assinale alternativa incorreta, você perderá a pontuação da questão mais 50% da pontuação da questão.
- 6) A marcação de cada questão deverá ser transcrita para o CARTÃO RESPOSTA constante na última página deste caderno, pois a partir desta marcação será feita correção da prova.
- 7) O tempo disponível para esta prova é de 40 minutos.
- 8) Quando terminar a prova, entregue ao aplicador este CADERNO DE QUESTÕES.
- 9) Você somente poderá deixar o local da prova após decorridos 20 minutos do início da aplicação.
- 10) Você será excluído do exame caso:
 - a. Utilize, durante a realização da prova, máquinas e(ou) relógios de calcular, bem como rádios, gravadores, headphones, telefones celulares ou fones de consulta de qualquer espécie;
 - b. Se ausente da sala em que se realiza a prova levando consigo o CADERNO DE QUESTÕES;
 - c. Aja com incorreção ou descortesia para qualquer participante do processo de aplicação das provas;
 - d. Se comunique com outro participante, verbalmente, por escrito ou por qualquer outra forma;
 - e. Apresente dado(s) falso(s) na sua identificação pessoal.
 - f. Se continuar realizando a prova após 40 minutos de prova.
 - g. Iniciar a prova, abrindo caderno de questões antes do início da prova ou não entregue gabarito ao término do prazo máximo de 40 minutos.

NOME COMPLETO:

DATA DE NASCIMENTO:

ESCOLA:

CIDADE E ESTADO:

INÍCIO:

TÉRMINO:

Questão 1 – 20,0 pontos

O cadastro de Pessoa Física (CPF) é o documento que identifica todo brasileiro junto a Receita Federal. Cada brasileiro, criança ou adulto, possui um CPF. O CPF possui 11 dígitos, dos quais, o **nono dígito** identifica o **estado da federação** que emitiu o CPF. Os **dois últimos** são os **verificadores**. Seja D um número de CPF qualquer representado pelos nove primeiros dígitos, visitados da direita para a esquerda, na forma: onde d_i representa o dígito do CPF na posição i e d_0 representa a posição mais a direita deste CPF. Ou seja, o CPF 123.456.789 é representado por $D = (9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1)$, onde $d_0 = 9$.

Dadas tais condições, os **dígitos verificadores** v_1 e v_2 podem ser calculados pelas expressões:

$$v_1 = \left[\left(\sum_{i=0}^{n-1} d_i \times [9 - (i \bmod 10)] \right) \bmod 11 \right] \bmod 10$$
$$v_2 = \left\{ \left[\left(\sum_{i=0}^{n-1} d_i \times \{9 - [(i+1) \bmod 10]\} \right) + (v_1 \times 9) \right] \bmod 11 \right\} \bmod 10$$

Os dígitos verificadores são calculados através de um algoritmo que soma o produto de cada dígito que compõe o CPF por um peso e calcula o resto da divisão dessa soma por 11. Pela característica, esse algoritmo é conhecido como "módulo 11". Por 11 ser um número primo, o dígito de verificação produzido por esse algoritmo tem a capacidade de identificar erros tanto na substituição de dígitos, quanto na transposição deles. Porém, como resultado, o dígito verificador calculado pode eventualmente ser igual a 10 (dez). Embora usualmente opte-se por considerar o número que produziu o 10 como inválido ou substituir o 10 pela letra "X" na representação do dígito verificador, por determinação da Receita Federal, estabeleceu-se que o número 10 fosse substituído pelo dígito 0 (zero), o que, a princípio, introduz uma falha na verificação do algoritmo. Contudo, para minimizar o erro gerado por essa substituição, dois dígitos verificadores são necessários para compor um CPF, sendo que o segundo dígito utiliza o primeiro como parte de seu cálculo.

Fonte: [Cadastro de Pessoas Físicas – Wikipédia, a enciclopédia livre \(wikipedia.org\)](#) acessado em 17.09.2023

Determine os dígitos verificadores do seguinte número fictício de CPF: 706.061.454–**a10a11**:

- a) (0,1) b) (2,3) c) (0,0) d) (1,4) e) (9,8)
f) Não vou responder

Questão 2 – 10,0 Pontos

Alice produz dois tipos de artefatos de titânio em miniatura: estantes de Nárnia e Naves estelares. Uma estante é vendida por \$27 e faz uso de \$10 de matéria prima. Cada estante que é fabricada tem um custo adicional de \$14 relativo a mão de obra. Uma nave estelar é vendida por \$21 e gasta \$9 de matéria prima. O custo de mão de obra adicional para cada nave é de \$10. A fabricação destas miniaturas requer dois tipos de mão de obra: usinagem e pintura. Uma estante necessita de 2 horas para usinagem e 1h de pintura. Uma nave necessita de 1 hora para usinagem e 1 hora de pintura. Cada semana, Alice pode obter qualquer quantidade de matéria prima, mas tem a disposição até 100h do setor de usinagem e 80h de pintura. A demanda por naves é ilimitada, mas a venda de estantes é de no máximo 40 por semana. Ela quer maximizar seu lucro diário (receitas-custos). Qual a produção que maximiza o lucro semanal e lucro esperado?

- a) (20 estantes e 60 naves) e \$ 1800
b) (40 estantes e 20 naves) e \$160
c) (20 estantes e 60 naves) e \$180
d) (10 estantes e 100 naves) e \$220
e) (40 estantes e 40 naves) e \$200
f) Não vou responder

Questão 3 – 10,0 Pontos

Quantificadores são palavras/expressões que referem a quantidades tais como “todos” e “alguns” e indicam para quantos elementos do domínio um dado predicado é verdadeiro. \forall : denota “para todos” e é chamado de quantificador universal. \exists : denota “existe” e é chamado de quantificador existencial.

Pela definição da negação de uma proposição universal, temos: $\neg(\forall x, P(x) \rightarrow Q(x)) \equiv \exists x \mid \neg(P(x) \rightarrow Q(x))$.

P: Para todas as pessoas nascidas em Canindé, se a pessoa nascida em Canindé é loura então a pessoa nascida em Canindé tem olhos azuis.

A **negação de P** está, respeitando os quantificadores e a lógica proposicional, bem expressa em:

- Existe uma pessoa nascida em Canindé, se a pessoa nascida em Canindé não é loura então a pessoa nascida em Canindé não tem olhos azuis.
- Existe uma pessoa nascida em Canindé, se a pessoa nascida em Canindé tem olhos azuis então a pessoa nascida em Canindé não é loura.
- Existe uma pessoa nascida em Canindé, a pessoa nascida em Canindé não é loura e a pessoa nascida em Canindé não tem olhos azuis.
- Existe uma pessoa nascida em Canindé, a pessoa nascida em Canindé é loura e a pessoa nascida em Canindé não tem olhos azuis.
- Para todas pessoas nascidas em Canindé, a pessoa nascida em Canindé é loura e a pessoa nascida em Canindé não tem olhos azuis.
- Não vou responder.

Questão 4 – 20,0 Pontos

O **algoritmo de Prim** encontra uma árvore geradora mínima para um grafo desde que ele seja valorado e não direcionado. Por exemplo, se na figura os vértices deste grafo representassem cidades e as arestas fossem estradas de terra que interligassem estas cidades, como poderíamos determinar quais estradas asfaltar gastando a menor quantidade de asfalto possível para interligar todas as cidades. O **algoritmo de Prim** neste caso fornecerá uma resposta ótima para este problema que não necessariamente é única. A etapa *f)* da figura 1 demonstra como estas cidades devem ser conectadas com as arestas em negrito.

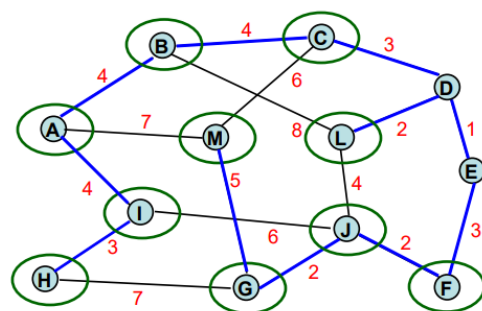
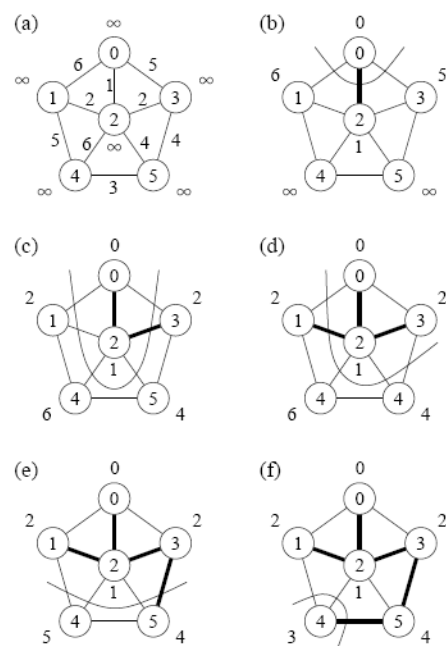
Algoritmo

No algoritmo de Prim, iniciamos com uma árvore formada por um único nó (qualquer nó do grafo) e vamos adicionando à árvore, a cada passo, o nó que estiver mais próximo (ou aquele ligado através da aresta de menor custo).

Rodrigo Brejeiro assumiu a gerência comercial da empresa de cabeamento de fibra óptica Xkatholé e necessita estimar a **MENOR** demanda de cabos através do grafo que representa os povoados e suas distâncias em km, de um povoado para outro, pelas estradas pavimentadas existentes, a fim de atender todos os povoados.

Qual a demanda de cabeamento em km, caso Rodrigo utilize o **algoritmo Prim** para estimar?

- 35
- 33
- 37
- 32
- 31
- Não vou responder



Questão 5 – 15,0 Pontos

Sabendo que $V(p) = V(r) = V$ e $V(q) = V(s) = F$, avalie o valor lógico de cada uma das proposições:

- I) $(p \wedge q) \leftrightarrow (r \wedge \neg s)$
- II) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (s \rightarrow r)$
- III) $(p \rightarrow \neg q) \leftrightarrow (p \vee r) \wedge s$
- IV) $(p \wedge q) \wedge (r \wedge s) \rightarrow (p \vee s)$

Assinale a relação correta entre proposição e valor lógico:

- a) $V(I) = V, V(II) = V, V(III) = V, V(IV) = V$
- b) $V(I) = F, V(II) = F, V(III) = V, V(IV) = V$
- c) $V(I) = V, V(II) = V, V(III) = F, V(IV) = F$
- d) $V(I) = F, V(II) = V, V(III) = F, V(IV) = V$
- e) $V(I) = F, V(II) = V, V(III) = F, V(IV) = F$
- f) Não vou responder

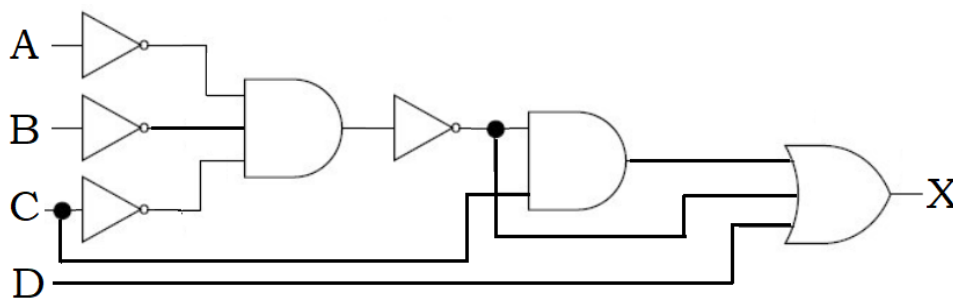
Questão 6 – 20,0 Pontos

Artur, Basílio e Carlos, realizam o seguinte experimento: Artur recebe um cartão em branco e nele assinala, um dos sinais lógicos: o sinal \vee ou o sinal \wedge , passando em seguida a Basílio, que mantém ou troca o sinal marcado por Artur e repassa o cartão a Carlos. Este, por sua vez, também opta por manter ou trocar o sinal do cartão. Sendo de $1/3$ a probabilidade de Artur escrever o sinal \vee e de $2/3$ as respectivas probabilidades de Basílio e Carlos trocarem o sinal recebido, determine a probabilidade de Artur haver escrito o sinal \vee sabendo-se ter sido este o sinal ao término do experimento.

- a) $13/27$
- b) $5/27$
- c) $12/27$
- d) $7/13$
- e) $5/13$
- f) Não vou responder

Questão 7 – 15,0 Pontos

O circuito lógico a seguir apresenta quatro portas inversoras, duas portas lógicas AND e uma porta lógica OR. Qual a expressão lógica da saída X?



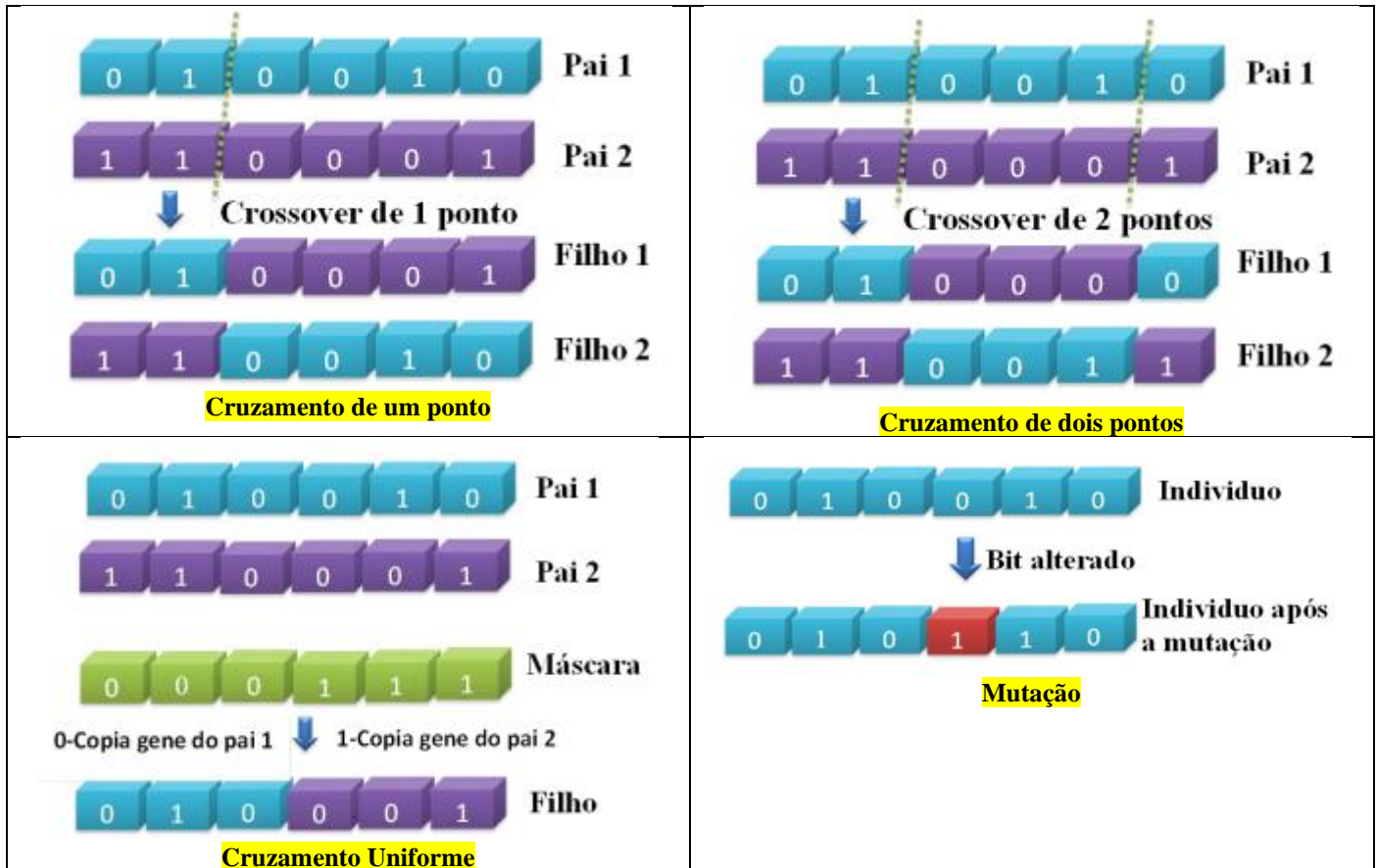
- a) $A+B+C.D$
- b) $A.B.(C+D)$
- c) $A+B.C+D$
- d) $A+B+C+D$
- e) $ABCD$
- f) Não vou responder

Questão 8 – 10,0 Pontos

Os algoritmos genéticos (AG's) são uma família de modelos computacionais inspirados na evolução da Biologia, que incorporam uma solução potencial para um problema específico numa estrutura semelhante a de um cromossomo e aplicam operadores de seleção e "cross-over" a essas estruturas de forma a preservar informações críticas relativas à solução do problema. Normalmente os AG's são vistos como otimizadores de funções, embora a quantidade de problemas para o qual os AG's se aplicam seja bastante abrangente.

Fonte: [Algoritmos Genéticos \(ufrj.br\)](http://Algoritmos%20Gen%C3%A9ticos%20(ufrj.br)) acessado e adaptado em 17.09.2023.

OPERADORES GENÉTICOS DE CRUZAMENTO CONVENCIONAIS:



Fonte: [28372_4.PDF \(puc-rio.br\)](http://28372_4.PDF%20(puc-rio.br)) acessado em 17.09.2023

No departamento de produção da empresa de injeção LOGICAL, deseja-se fazer o planejamento da produção da principal máquina injetora. Utilizando algoritmo genético e suas mutações para estabelecer a produção de 9 lotes dos produtos produzidos por cores, sequência de entrada de corantes na máquina:

[branco, preto, azul, vermelho, lilás, verde, mostarda, cinza, rosa]

Para testar as possibilidades de produção, o supervisor de área, Aderbal Mutante, propôs as seguintes ações:

- Geração um:** Considerar duas sequências aleatoriamente estabelecidas, como **cromossomos pais**:
 - Pai1=[branco,preto,azul,lilás,verde,vermelho,cinza,mostarda,rosa]
 - Pai2=[preto,rosa,vermelho,mostarda,lilás,azul,verde,branco,cinza]
- Considerar cada cromossomo com tamanho de 9 loci, onde cada locus está enumerado de 1 a 9, da esquerda para direita.
- Geração dois:** nesta operação genética, realiza-se o **cruzamento (crossover) de dois pontos**: Entre bit 2 e bit3 e entre bit 7 e bit 8, gerando dois novos cromossomos, F1, oriundo do crossing do Pai1 e F2, a partir do crossing do Pai2.
- Geração três:** Da **geração dois**, F1 e F2, faz-se **cruzamento (crossover) uniforme**, gerando cromossomo F3, a partir da máscara: [0,1,0,1,1,0,0,1], onde 0 significa copiar gene do F1 e 1 significa copiar gene do F2.

Sobre plano de produção da empresa gerado ao longo do experimento genético, podemos afirmar que a alternativa incorreta é:

- a) Após o crossover uniforme, haveria produção de lote de produtos mostardas.
- b) Lote de produtos verdes seria produzido na geração dois.
- c) No bit3 do F1 está estabelecida a mesma cor de produção do bit6 do F2.
- d) No crossover de dois pontos, gera-se um bit7 com instrução de produção em cor azul.
- e) Se o bit1 da máscara for 1, então o F3 gerado estabelece a produção em cor preta.
- f) Não vou responder

Questão 9 – 20,0 Pontos

Suponha que um jogador machucou seu ombro uma semana antes de uma grande partida de futebol e a sua intenção seja persuadi-lo a parar de jogar por alguns dias, a fim de que seu ombro sare. Você pode alertá-lo fazendo a seguinte afirmação condicional: se você continuar a jogar, não estará apto a disputar a partida de futebol. A resposta do jogador eventualmente pode ser: Prove isso!

Para fazer isso, você pode elaborar seu argumento com base em três suposições:

P1: seu ombro está muito inchado;

P2: se seu ombro está muito inchado e você continuar a jogar, então seu ombro não irá sarar em uma semana;

P3: se seu ombro não sarar em uma semana, então você não estará apto a disputar a partida de futebol;

H: você continuar a jogar.

Adotemos o seguinte vocabulário:

p: seu ombro está muito inchado

q: você continua a jogar

r: seu ombro irá sarar em uma semana

s: você está apto a disputar a partida de futebol

Regras de inferência clássicas:

- Modus ponens (MP): $\{\alpha \rightarrow \beta, \alpha\} \vdash \beta$
- Modus tollens (MT): $\{\alpha \rightarrow \beta, \neg \beta\} \vdash \neg \alpha$
- Silogismo hipotético (SH): $\{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma\} \vdash \alpha \rightarrow \gamma$

(1): p

(2): $(p \wedge q) \rightarrow \neg r$

(3): $\neg r \rightarrow \neg s$

(4): q

(5): x conjunção (w,z)

(6): y modus ponens (a,b)

(7): t modus ponens (c,d)

(8): v eliminação de hipótese (e,f)

Estaremos, tendo em vista as inferências clássicas, completando adequadamente a prova da conclusão desejada fazendo as substituições sugeridas, **exceto** em:

- a) y substitui $\neg r$, a = 2, b = 5
- b) t substitui $\neg s$, c = 3, f = 6
- c) v substitui $q \rightarrow \neg s$, e = 4, w = 1
- d) x substitui $p \wedge q$, w = 1, z = 4
- e) t substitui $\neg s$, a = 2, f = 7
- f) Não vou responder

Questão 10 – 15,0 Pontos

Na cidade de Santa Rita do Passa Quatro-SP, em uma amostra de 142 estudantes da rede pública foi feita uma pesquisa sobre o acesso a três redes sociais X, Y e Z e constatou-se que:

- I. 40 não entram em nenhuma das três redes sociais;
- II. 103 não entram na rede social Z;
- III. 25 só entram na rede social Y;
- IV. 13 entram nas redes sociais X e Y;
- V. O número de pessoas que entram somente nas redes sociais Y e Z é a metade dos que entram somente nas redes sociais X e Y;
- VI. 25 só entram em duas redes sociais; e
- VII. 72 só entram em uma rede social.

Pode-se concluir que o número de estudantes que entram:

- a) Na rede social X é 56.
- b) Na rede social Y é 40.
- c) Nas três redes sociais é 7.
- d) Nas redes sociais X e Z é 13.
- e) Nas redes sociais X ou Y é 63
- f) Não vou responder

GABARITO

2ª FASE IX OBRL NÍVEL DELTA
1º, 2º E 3º ANO MÉDIO – 2023

NOME COMPLETO: _____

DATA DE NASCIMENTO: _____

ESCOLA: _____

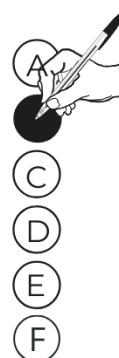
CIDADE E ESTADO: _____

INÍCIO: _____

TÉRMINO: _____

INSTRUÇÕES

1. CADA QUESTÃO TEM 6 ALTERNATIVAS DE RESPOSTA: (A), (B), (C), (D), (E) E (F). APENAS 1 DELAS É CORRETA.
2. MARQUE A LÁPIS OU À CANETA APENAS 1 ALTERNATIVA PARA CADA QUESTÃO.
3. OS ESPAÇOS EM BRANCO NA PROVA PODEM SER USADOS PARA RASCUNHO.
4. AO FINAL DA PROVA, PASSE SUAS RESPOSTAS PARA O QUADRO DE RESPOSTAS E ENTREGUE A PROVA PARA O(A) PROFESSOR(A).



QUADRO DE RESPOSTAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)
(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)
(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)
(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)
(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)
(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)

VISITE NOSSAS PÁGINAS NA INTERNET:



fb.com/Olimpiadabrasileiraraciociniologico



instagram.com/obrlogica



obrl.com.br

REALIZAÇÃO:

OBRL

